Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 13.06.2012.

Drugi parcijalni iz predmeta **Euklidska geometrija 2**

Zadatak br. 1

(20%) a) Za $\triangle ABC$ vrijedi $2\measuredangle CBA = \measuredangle CAB + \measuredangle ACB$. U unutrašnjosti $\triangle ABC$ je odabrana tačka P tako da vrijedi $\measuredangle APB = \measuredangle BPC = \measuredangle CPA$. Dokazati da je $PB^2 = PA \cdot PC$.

(20%) b) Neka je dat trapez $\square ABCD$ sa osnovicama AB i CD, dat je krug $k(O, r)$ koji prolazi kroz tačke A i D i dodiruje pravu $p(B, C)$ u tački F. Na osnovici AB data je tačka M takva da je $\square AMCD$ paralelogram i $MC \perp BC$. Ako je $\{E\} = p(B, C) \cap p(A, D)$ i G sredina duži AD dokazati da je $\square OFEG$ pravougaonik.

(60%) c) Četverougao $\square ABCD$ je tetivni. Prava kroz tačku D paralelna sa pravom BC siječe dijagonalu CA u tački P, stranicu AB u tački Q i krug opisan oko četverougla $\square ABCD$ u tački R. Prava u tački D paralelna sa pravom AB siječe pravu BC u tački T. Ako je $PQ \cong QR$ dokazati da vrijedi $\frac{AB}{BC} = \frac{BT}{TD}$.

Zadatak br. 2

(20%) a) Nacrtati duž $x = \dfrac{\sqrt{ab} + \sqrt{2}}{ab}$, gdje su a i b date duži.

(20%) b) Na osnovici datog jednakokrakog trougla konstruisati tačku čija je razlika rastojanja od krakova trougla jednaka datoj duži.

(60%) c) Konstruisati kvadrat ako je dat njegov centar opisanog kruga i dvije tačke koje pripadaju nekim od njegovih stranica.

Zadatak br. 3

(20%) a) Dati krugovi $k_1(O_1, r_1)$ i $k_2(O_2, r_2)$ se dodiruju u tački A. Neka su p i q dvije proizvoljne prave koje prolaze kroz tačku A takve da $p \cap k_1 = \{A, E\}$, $p \cap k_2 = \{A, C\}$, $q \cap k_1 = \{A, D\}$ i $q \cap k_2 = \{A, B\}$. Pokazati da je $BC \| DE$.

(20%) b) Neka su dati krugovi $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$ i $k_3(O_3, r_3)$ takvi da k_1 dodiruje krug k_2 u tački P, k_2 dodiruje krug k_3 u tački Q, a k_1 i k_3 nemaju zajedničkih tačaka. Na pravoj $p(O_1, O_3)$ date su tačke M i N takve da $M \in k_1$, $N \in k_3$ i važi poredak $M - O_1 - O_3 - N$. Neka je $\{T\} = p(O_1, O_3) \cap p(P, Q)$. Dokazati da su trouglovi $\triangle TNQ$ i $\triangle TPM$ slični.

(60%) c)

Dati je krug $k(O, r)$, tačka A i prava t. Konstruisati krug $\bar{k}(\bar{O}, \bar{r})$ koji prolazi kroz tačku A i dodiruje krugove k i pravu t kao na skici. (Detaljno sprovesti samo Analizu. Konstrukciju, Dokaz i Diskusiju možete uraditi, ali bodovati će se samo Analiza.)